

ОСОБЕНОСТИ ПРИ РАЗПРЕДЕЛЯНЕ НА ТЕМПЕРАТУРАТА ПРИ ВЪЗДЕЙСТВИЕ НА ЛАЗЕРНИЯ ЛЪЧ В МНОГОКОМПОНЕНТНА СРЕДА

Теодора Петрова, Живо Петров

Национален Военен Университет „В. Левски“ - В. Търново,
Факултет „Авиационен“ - Д. Митрополия,
e-mail: teodorapetrova33@abv.bg

Ключови думи: математическо моделиране, лазери, биомедицински технологии

Резюме: Терминът топлинно взаимодействие описва големи групи от видове взаимодействия, където важен параметър е локалното увеличаване на температурата. Температурата е главен параметър за всички топлинни взаимодействия на лазерния лъч с тъканите. И за предсказване на термичната реакция на тъканите е необходимо да се построи модел на разпределение на температурата вътре в тях. Често в биологичните тъкани имат място не един, а няколко термични ефекти, които зависят от параметрите на лазера.

SPECIFICS OF TEMPERATURE DISTRIBUTION AT MULTILAYER MEDIUM UNDER THE INFLUENCE OF LASER RADIATION.

Teodora Petrova, Zhivo Petrov

Key words: mathematical model, lasers, biomedical technologies

Abstract: The term thermal interaction is used to describe large groups of different types of laser-tissue thermal interactions, in which the critical parameter is the increasing of the local temperature. The temperature is the main parameter for all kinds of laser-tissue thermal interactions. To predict the thermal response of tissue to laser radiation it is necessary a model of temperature distribution at tissue to be developed. Often different thermal effects, depending of laser parameters, take place in tissues.

Въведение

В процеса на взаимодействие на лазерния лъч с биотъкани се получава загряване. Генерирането на топлина зависи от такива параметри като, енергията на лъча, времето на въздействие и коефициент на поглъщане на тъканите. Преноса на топлина се характеризира само от термичните свойства на тъканите, които са топлопроводимост и топлинна мощност. Накрая термичния ефект зависи от вида на тъканите и от температурата, до която се нагряват.

Терминът топлинно взаимодействие описва големи групи от видове взаимодействия, където важен параметър е локалното увеличаване на температурата. В зависимост от продължителността на въздействието и максимално достигнати температурни стойности в тъканите, могат да се отделят различни ефекти като: хипертермия, коагулация, изпарение, карбонизация (овъгляване) и топене.

Три различни ефекта дават своя принос в резултата от въздействието - пряко унищожаване на клетки; медирано унищожаване на клетките се дължи на унищожаването на капилярите; активиране на топлина и други биологични процеси. По този начин, туморите при нагряване в диапазона от 42-44°C показват, лекото увеличение на чувствителността спрямо нормалната тъкан.

Например температурата, при която започва коагулация на тъканите не е постоянна величина, а тя зависи от продължителността на въздействие. Тази зависимост на константата на реакциите от температурата може да се опише чрез функцията на Арениус [4]:

$$(1) \quad -\ln \frac{C(t)}{C_0} = \Omega(t) = \int_0^t \{A \exp(-E_a / RT(\tau))\} d\tau,$$

където C_0 - първоначална концентрация на молекули или клетки, $C(t)$ - концентрацията в момент от време t , A - константа на скоростта на химичната реакция за денатурация на белтъка, E_a - активираща енергия, R - универсална газова постоянна, $T(\tau)$ - абсолютната температура във всеки един момент от времето. Стойностите на A и E_a за различни биотъкани са взимат от таблици.

Степента на термично увреждане може да се определи от израза:

$$\frac{C_0 - C(t)}{C_0} = 1 - \exp(-\Omega).$$

Където всяка продължителност на нагриване се поставя в съответствие с фиксираната температура $T_{кр}$ при която степента на денатурация (относителната концентрация на увредените молекули) стига до стойност $1 - e^{-1} \approx 0,63$ [1]. Тази температура се нарича температура на денатурация.

При въздействието на лазерен лъч с определена дължина на вълната върху тъкани с високо водно съдържание се поучава ефект на термично унищожаване. Кинетика на фото и термично разлагане на биополимери при лазерно въздействие ограничава относително бързите дифузионни процеси, като миграция на освободени газове и коагулация на въглерода.

Характеристиката на времето, което е необходимо за карбонизация, може да се пресметне чрез

$$t_c = l^2 / D,$$

където l е характеристика на дифузия път, D - коефициент на дифузия, която се увеличава бързо с нарастване на температурата: $D(T) = D_0 \exp(-U/kT)$. Където U е енергията на активиране, k - константа на Болцман, D_0 - коефициент. За да може да се осъществи процеса на карбонизация продължителността на лазерното въздействие трябва да е по-голяма от t_c , т.е. трябва да е изпълнено условието $\tau \geq l^2 / D$ или казано с други думи продължителността на въздействие и температурата не трябва да са твърде малки.

Термичното действие на лазерния лъч може да се използва само в случаите, когато плътността на мощността е $\geq 10 \text{ W/cm}^2$ за непрекъснато или импулсно излъчване с продължителност на импулса повече от $1 \mu\text{s}$. Карбонизация и изсушаване могат да се получат практически при въздействие с всякакъв тип лазер, ако е осигурена достатъчна плътност на мощността и продължителност на въздействието.

Често в биотъкани имат място не един, а няколко термични ефекти, които зависят от параметрите на лазера. Това могат да са различни ефекти като се започне с карбонизиране на повърхността на тъканта и се стигне до хипертермия на дълбочина няколко милиметра в тъканта. Но във всички случаи стремежът е да се постигне само един ефект. Поради което е необходимо да се направи внимателен подбор при определяне на параметрите на лазера.

Температурата е главен параметър за всички топлинни взаимодействия на лазерния лъч с тъканите. и е необходимо да се построи модел на разпределение на температурата вътре в тях. Пространствения размер и степента на увреждане на тъканите зависи от параметрите на лазера и от оптичните параметри на тъканите. При описване на разпространението на топлината в тъканите важни са и топлинната мощност, топлопроводимостта и плътността на тъканите.

Производство на топлина

Производството на топлина вътре в тъкните по време на лазерното въздействие е следствие на количеството лъчение, което е погълнато от тъканите. В неразсейваща среда локалното натрупване на топлина на единица площ за единица време се измерва във W/cm^3 и може да се пресметне с помощта на формулата:

$$(2) \quad S(r, z, t) = \mu_a I(r, z, t),$$

където z е оптичната ос, r - разстоянието от оптичната ос, t - времето, μ_a - коефициента на поглъщане, $I(r, z, t)$ - локална интензивност. Тогава, функцията на топлинния източник $S(r, z, t)$ вътре в разглежданите тъкани се явява функция на коефициента на поглъщане и локалната интензивност. Така както μ_a зависи силно от дължината на вълната, то тази зависимост се

отнася и за $S(r, z, t)$. Ако не последват фазови преходи (изпаряване, топене) или изменение на тъканите (коагулация, карбонизация), промяната на количеството топлина dQ е линейно изменение на температурата dT в съответствие с основните закони на термодинамиката:

$$(3) \quad dQ = mcdT,$$

където m е масата на тъканите, c [J/kgK] - специфичен топлинен капацитет на средата.

Пренос на топлина

В затворена физична система отношението между температурата и количеството топлина се изразява чрез израз (3). При реално взаимодействие на лазерния лъч с веществото е необходимо да се отчетат и топлинните загуби, които се получават в зависимост от топлопроводимостта, от конвективния пренос на топлина и излъчването на топлина. В повечето случаи на лазерно въздействие последните два ефекта могат да се пренебрегнат. Типичен пример за конвективен пренос на топлина в тъканите е пренасянето на топлина чрез кръвта.

Температурата е основна физична величина, която характеризира цялото топлинно взаимодействие на светлината с тъканите. Основната задача на аналитичната теория за топлопроводимостта се явява определяне и изучаване на пространствено-времето изменение на температурата, $T = f(x, y, z, t)$; x, y, z - пространствена правоъгълна координатна система, t - времето.

Съвкупността от стойностите на температурата на всички в пространството за даден момент от време t се нарича температурно поле. И това е скаларна величина. Ако температурата е функция само от координати то полето е стационарно. Ако температурата също така зависи и от времето, то полето е нестационарно.

Диференциалното уравнение на топлопроводимостта свързва пространственото разпределение на температурата с нейното изменение във времето и има следния вид:

$$(4) \quad \rho \cdot c \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} = \nabla(k \nabla T(\vec{r}, t)) + S(\vec{r}),$$

където ρ е плътността на тъканите в [kg/m^3], c - специфичния топлинен капацитет на средата в [$J/kg \cdot K$], t - времето, $k = a_t \cdot \rho \cdot c$ - топлопроводимостта в [$W/m \cdot K$], a_t - температурна проводимост в [m^2/s], $S(\vec{r}) = \mu_a \cdot \varphi(\vec{r}) \cdot \frac{E_0}{\tau_p}$ - обемната плътност на мощността на топлинния

източник в средата в [W/m^3], μ_a - коефициент на поглъщане, $\varphi(\vec{r})$ - пълната осветеност в точка $\vec{r} = (x, y, z)$, E_0 - плътност на излъчената енергия в [J/m^2].

Това уравнение показва изменението на енергията на веществото в елементарен обем. То се определя от количеството топлина, натрупана поради топлинната проводимост, и количеството топлина, отделило се в елементарен обем поради вътрешни източници.

Ако модела съдържа няколко слоя с различни топлофизични характеристики, то уравнение (4) трябва да се решава за всеки от слоевете по отделно. В тези области на допълнителни (които не са засегнати от лазерното въздействие) източници или консуматори (поглъщатели) на топлина, топлинното пресмятане може да се направи чрез (4). В областите, където има такива източници или поглъщатели на топлина, трябва да се добавят в уравнението за топлопроводимостта допълнителни членове.

Разглежда се ситуация (например кожата на човека), в която като допълнителен източник на топлина се явява кръвта. За области, където анатомично не са разположени кръвоносни съдове се решава уравнение (4). А в области, където има кръвоносни съдове, се добавят още източници на топлина, поради кръвния поток (ако изчислението се провежда приемайки, че кръвта е равномерно разпределена по целия обем на слоевете). Тогава уравнението за топлопроводимостта има вида:

$$(5) \quad \rho \cdot c \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla(k \nabla T(\mathbf{r}, t)) + Q(\mathbf{r}) + S_{blood}(\mathbf{r}, t, T).$$

Кръвта може както да поглъща така и да отделя топлина в зависимост от това, как нейната температура съответства на температурата на заобикалящата тъкан. Съответното събираемо $S_{blood}(\mathbf{r}, t, T)$ е целият обем кръвен поток или източник на енергия и може да се запише като [22]:

$$(6) \quad S_{blood}(\mathbf{r}, t, T) = \rho \cdot c [\rho_b \cdot f(t, T) \cdot (T_{blood} - T(\mathbf{r}, t))],$$

където ρ_b е плътността на кръвта, T_{blood} е нейната температура, $f(t, T)$ - плътността на кръвния поток в тъканите, и тя се измерва в $\left[\frac{ml}{100g \cdot min} \right]$ [5] или $\left[\frac{cm^3}{s \cdot g} \right]$ и представлява обема кръв, който се пренася за една секунда в един грам от съответната тъкан. В стационарни условия плътността на кръвния поток е равна на f_0 и е различна в дерма и в мазнините. Въпреки това, стационарната плътност на кръвния поток зависи от температурата то следва, че $f_0 = f_0(T)$.

А в нестационарни условия и при въздействие на светлината върху кожата $f(t, T)$ не е равно на $f_0(T)$, където T е моментната температура на тъканите. Както е известно, при изменение на температурата, тази на кръвния поток не се изменя веднага, а със закъснение $t_{delay} = 60 - 90$ s. Отчита се зависимостта на температурата от плътността на потока кръв с помощта на уравнението:

$$(7) \quad \frac{\partial}{\partial t} f(t, T) = \frac{f_0(T) - f(t, T)}{t_{delay}}.$$

Ако се предположи, че температурата е постоянна и не се изменя във времето, се предполага и че кръвта преминаваща през зоната на лазерно въздействие ще се нагрее незначително.

Уравнение (4) описва явлението топлопроводимост в най-общ вид. За да се подчертае въпросния процес и да се направи описание е необходимо да се определят крайните условия, които да включват всички геометрични, физични, начални и гранични условия. Първите два типа условия включват геометрия на проблема и характеристики на обекта. Важно е да се разглеждат началните и граничните условия.

Началните условия са необходими при разглеждането на нестационарни процеси и определят разпределението на температурата вътре в обекта в началния момент от време. В общия случай началното условие за аналитичното уравнение на топлината може да бъде записано във вида (при $t = 0$): $T = T(x, y, z)$. При равномерно разпределение на температурата в тялото началното условие се опростява (при $t = 0$): $T = T_0 = const$.

Съгласно закона на Нютон-Рихман количеството топлина отдадена на единица повърхност от тялото за единица време е пропорционално на разликата между температурите на повърхността на тялото T и температурата на околната среда $T_0 (T > T_0)$:

$$(8) \quad q = \alpha(T - T_0),$$

където α е коефициент на пропорционалност, наречен още коефициент на топлообмена $[W / m^2 K]$ и характеризира интензивността на топлообмена между повърхността на тялото и околната среда. Този коефициент числено е равен на количеството топлина, което се отдава или поглъща от единица повърхност за единица време при разлика в температурите между повърхността на тялото и околната среда равна на един градус.

Съгласно закона за съхраняване на енергията количеството топлина, което се разсейва за единица повърхност за единица време в следствие на отделяне на топлина трябва да се равнява на количеството топлина, която е подадена на единица повърхност за единица време в следствие термичната проводимост на вътрешния обем на тялото и тогава:

$$(9) \quad \alpha(T - T_0) = -k \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s,$$

където n е нормала към повърхността на тялото S .

За определяне на топлинното взаимодействие на границата на две среди е необходимо да бъде изпълнено условието за равенство на температурите и топлинните потоци от двете страни на границата. В общия случай условието за спрегнатост може да се запише:

$$(10) \quad k_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right) = k_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right) + q_{sp}(x, y, z, t); \quad T_1(x, y, z, t) = T_2(x, y, z, t),$$

където $q_{sp}(x, y, z, t)$ е източника на топлина на повърхността на границата, T_1 , T_2 , k_1 , k_2 са съответно температурите и коефициентите на топлопроводимостта на граничните среди.

Когато няма граница между средите процесите по отделяне или поглъщане на топлина и условието за спрегнатост (10) имат вида:

$$(11) \quad k_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right) = k_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right); \quad T_1(x, y, z, t) = T_2(x, y, z, t).$$

Даденото уравнение определя топлообмена в граничните области.

Пространствената дължина на пренос на топлина се описва като време-зависима величина, която се нарича термична дълбочина на проникване, която може да се намери чрез:

$$(12) \quad z_T(t) = \sqrt{4a_t t},$$

което означава, че разстоянието, на което температурата намалява e пъти от нейната максимална големина.

За термичното унищожаване на тъкани е важно да се регулира продължителността на лазерния импулс, за да се намали термичното увреждане на околните тъкани. За тези цели се въвежда параметър, който се нарича време на термична релаксация. Той може да се получи, ако в израза (12) поставим z_T да е равен на оптичната дълбочина на проникване δ и тогава:

$$(13) \quad \delta = \sqrt{4a_t \tau_T},$$

където τ_T е времето на термична релаксация. За термичното унищожаване този параметър е много важен, защото той показва каква е топлинната възприемчивост на тъканите. При продължителност на лазерния импулс $\tau < \tau_T$ топлината не прониква даже на разстояние, равно на оптичната дълбочина на проникване. Следователно, термично увреждане на околните тъкани е нищожно малко. Но ако $\tau > \tau_T$ то топлина може да се разпространи на разстояние в пъти по-голямо от δ и да стане силно термично увреждане на околните тъкани.

Методът Монте-Карло е подходящ за моделиране на процеси на многократно разсейване на лазерни лъчи в многослойна среда [2]. За целта се извършва моделиране на лазерния лъч в различни среди. При симулацията се предполага, че лазерния лъч е насочен и пада перпендикулярно на средата. Разпространението на лазерния лъч е гаусов профил и равномерна осветеност.

$$(14) \quad I(r, t) = I_{01} \exp\left[-2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] \cdot \theta(t), \quad I_{01} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot r^2},$$

и лъч с правоъгълен профил

$$(15) \quad I(r, t) = \begin{cases} 0 & r > r_0, \\ I_{02} \theta(t) & r < r_0, \end{cases} \quad I_{02} = \frac{P}{\pi \cdot r_0^2},$$

където P е мощността, r_0 - изходния радиус на лъча, $\theta(t)$ - функция на Хевисайд.

$$(16) \quad \theta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Процеса на разсейване води също така до увеличаване на осветеността на повърхностните слоеве на биосредата. Интензитетът на светлината на границата въздух биослой нараства на 5-20% и много рязко намалява в дълбочина.

Разгледаме движението на един фотон. За него на случаен принцип се избират координати на влизане в биотъканите (R, θ) и ефективна дълбочина на проникване на светлината в средата l_d ;

$$R = RND(r_s), \quad \theta = RND(2\pi), \quad l_d = -\ln(1 - RND) / \mu_d,$$

където RND е функция на случайна променлива; r_s - радиус на лазерния лъч; μ_d - намаляващ коефициент на поглъщане.

В точката на попадане на лъча върху повърхността протичат процес на поглъщане на част от енергията на фотона също така се получава разсейване, при което на фотона се присвоява нова посока на движение като се отчита коефициента на разсейване в средата. В този момент на случаен принцип, като се отчете коефициента на поглъщане и разсейване се избира нова дълбочина на проникване l_d до друга точка, цилиндричните координати се определят:

$$(17) \quad r' = \left(r^2 + 2rl_d \sin(\Phi - \theta) + (l_d \sin \phi)^2\right)^{1/2};$$

където ъгъл θ се пресмята по формулата:

$$(18) \quad \theta' = \theta + A \sin\left(\frac{l_d \sin \phi \sin(\Phi - \theta)}{r'}\right), \text{ ако } l_d \sin(\phi) \cos(\pi - \Phi - \theta) \leq r$$

или по формулата:

$$(19) \quad \theta' = \theta + \pi + A \sin\left(\frac{l_d \sin \phi \sin(\Phi - \theta)}{r'}\right), \text{ ако } l_d \sin(\phi) \cos(\pi - \Phi - \theta) > r$$

$$(20) \quad z' = z + l_d \cos \phi,$$

където Φ, θ са старите определящи ъгли; ϕ', θ' са новите определящи ъгли; r, z, θ - цилиндричните координати на втората точка.

Този процес продължава, докато енергията на фотона не стане по-ниска от пределната или до излизането на фотона от границите на разглежданата област. Ако приемем, че $q_v(r, \theta, z)$ то температурната разпределеност в полето се получава като се реши крайното уравнение за топлопроводимостта и следва, че:

$$(21) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a\Delta T + (\rho c_p)^{-1} q_v(r, \theta, z), \quad -\chi \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = (1-R)I(r, \theta, z), \quad t > 0$$

Граничните условия $T(z,0) = T_0, \quad z > 0$, Δ е оператор на Лаплас в цилиндрични координати; $R = \left[\frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \right]$ е коефициента на отражение на границата въздух-първи слой биоматериал при нормално падане на лазерния лъч; $I(r, \theta, z)$ - разпределението на интензитета на лазерния лъч.

Обемен източник на топлина, създаден от лазерния лъч разпространяващ се по дължината на оста z и падащ на повърхността xy на биоматериала:

$$(22) \quad q_v(r, \theta, z) = \mu_d I(r, \theta, z, t).$$

Скоростта на нагряване на площ от биоматериал при облъчване с непрекъснат лазерен лъч има вида:

$$(23) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\mu_d(1-R)I_0}{2\rho c_p(1+4\alpha \cdot t) \cdot r_0^2} \cdot \exp\left[\frac{-\rho^2}{r_0^2 + 4\alpha \cdot t}\right] + \exp(\mu^2 \alpha \cdot t) \times \\ \times \left\{ \exp(\mu_d z) \operatorname{erf}\left[\mu_d(\alpha \cdot t)^{1/2} + \frac{z}{(4\alpha \cdot t)^{1/2}}\right] + \exp(-\mu_d z) \operatorname{erf}\left[\mu_d(\alpha \cdot t)^{1/2} - \frac{z}{(4\alpha \cdot t)^{1/2}}\right] \right\} \cdot \theta(t)$$

Топлинния отклик на биологичната среда на лазерното въздействие зависи от топлофизичните и оптичните свойства на материала. Теплофизичните свойства на биоматериала съществено зависят от обемното съдържание на вода в него. Поради което за оценка на плътността p , топлинната мощност c_p , коефициента на топлопроводимостта χ , температурната проводимост (a) и дълбочината на проникване на топлината L_t се използват зависимостите:

$$(24) \quad p = (1,3 - 0,3V) 10^3 \text{ KrM}^3; \quad X = 0,419^* (0,133 + 1,36V) \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1} \\ C_p = 4,19^* (0,37 + 0,63V) 10^3 \text{ Jkk}^{-1} \text{ K}^{-1}; \quad \alpha = \chi / (\rho c_p); \quad L_t = \sqrt{4\alpha t} \text{ m}^2 \text{ c}^{-1}$$

където V е обемното съдържание на вода.

Този модел дава възможност да се пресметне дълбочината на проникване и температурата на полето в биоматериала, което може да се използва при подбора на индивидуалната доза на облъчване.

Заклучение

Този математически модел би могъл да се използва за числени експерименти, които позволяват по-детайлно да се изследва влиянието на различните лазерни параметри (плътностна мощност, време на въздействие, режим на работа, дължина на вълната) върху тъканите и да се покаже степента на влияние на дължината на вълната. Това позволява да се намали топлинното въздействие върху обграждащите тъкани и като последствие значително намаляване на биологичното разграждане на структурата на тъканите.

Литература:

1. А с т а ф ъ е в а, Л. Г., Ж е л т о в Г. И. Динамика температурного поля внутри кровеносного сосуда под действием лазерного излучения // Оптика и спектроскопия. – 2005. – Т. 98, №4. – С. 689-694.
2. П е т р о в а, Т. И., Моделиране на разпространението на лазери в биотъкани, Сборник научни доклади „145 годишнината на Българска академия на науките 35 годишнината от космическия полет на Георги Иванов“ Шумен 2014 г.
3. N i e m z, M. H. Laser – Tissue Interactions: Fundamentals and Applications. – Berlin, 1996. – 305 p.
4. P a i t h a n k a r, D. Y., R o s s V. E., S a l e h B. A., B l a i r M. A., G r a h a m B. S. Acne Treatment with a 1450 nm Wavelength Laser and Cryogen Spray Cooling // Lasers in Surgery and Medicine. – 2002 – V. 31, № 2. – P. 106-114.
5. V a l v a n o, J. W. Tissue Thermal Properties and Perfusion // Optical-Thermal Response of Laser-Irradiated Tissue / Ed. by Welch A.J. and van Gemert M.J.C. – N.Y., 1995. – P. 445-488.